

GRAFICA DE FUNCIONES

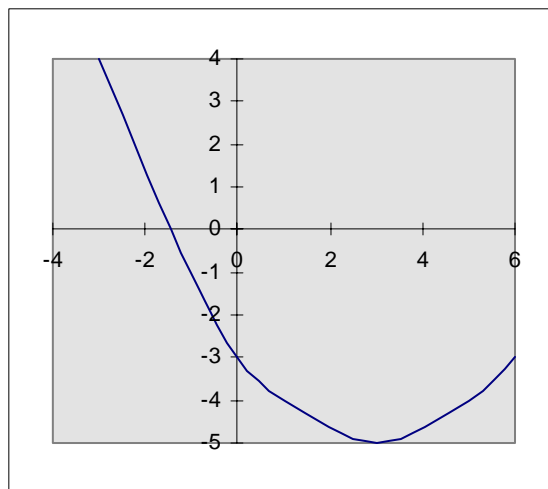
-

̄ Dominio y recorrido

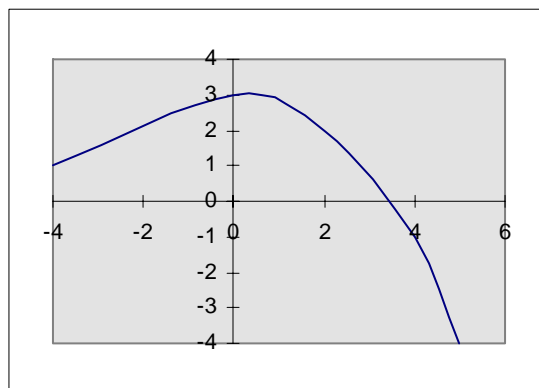
El **dominio** de una función es el conjunto de todas las coordenadas x de los puntos de la gráfica de la función, y el **recorrido** es el conjunto de todas las coordenadas en el eje y . Los valores en el dominio usualmente están asociados con el eje horizontal (el eje x) y los valores del recorrido con el eje vertical (el eje y).

Ejemplo para discusión:

Determina el dominio y el recorrido de la función f cuya gráfica es:



Ejercicio de práctica: Determina el dominio y el recorrido de la siguiente gráfica:



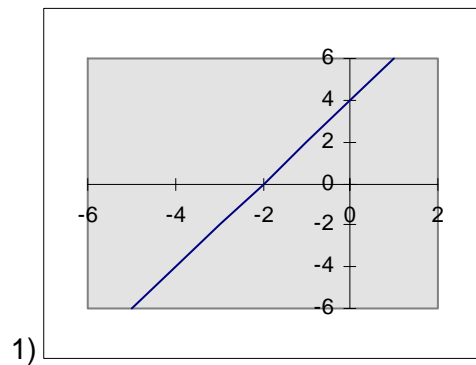
̄ Funciones crecientes, decrecientes y constantes

Definición: Sea I un intervalo en el dominio de una función f . Entonces:

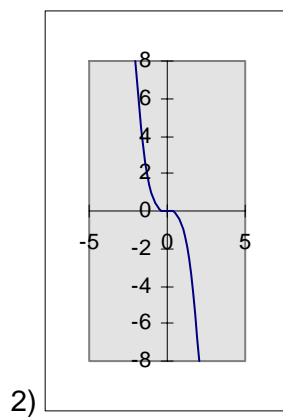
1) f es **creciente** en el intervalo I si $f(b) > f(a)$ siempre que $b > a$ en I .

- 2) f es **decreciente** en el intervalo I si $f(b) < f(a)$ siempre $b < a$ en I .
 3) f es **constante** en el intervalo I si $f(b) = f(a)$ para todo a y b en I .

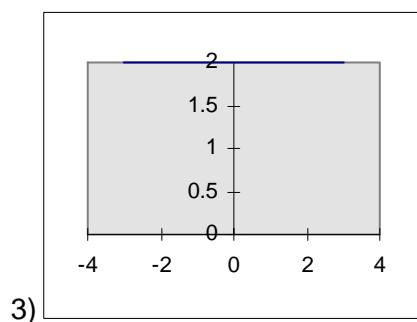
Ejemplos:



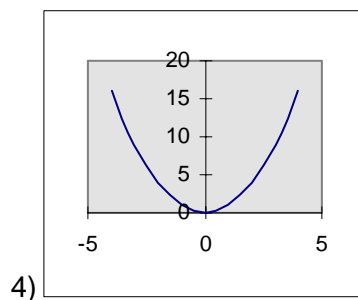
La función $f(x) = 2x + 4$ es una función **creciente** en los números reales.



La función $g(x) = -x^3$ es una función **decreciente** en los números reales.



La función $h(x) = 2$ es una función **constante** en los números reales.

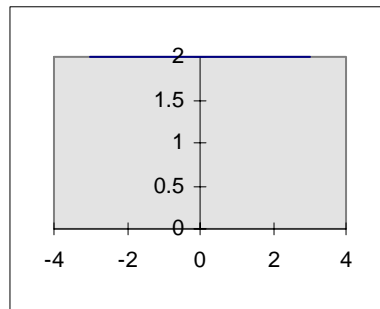


La función $f(x) = x^2$ es una función **decreciente** en el intervalo de menos infinito a cero y **creciente** en el intervalo de cero a infinito.

Función constante

Una **función constante** es una función de la forma $f(x) = b$. Su gráfica es una recta horizontal, su dominio el conjunto de los números reales y el recorrido el conjunto $\{b\}$.

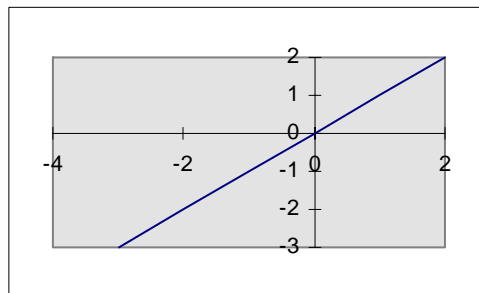
Ejemplo:



En la función $f(x) = 2$, el dominio es el conjunto de los números reales y el recorrido es $\{2\}$. La pendiente (m) es cero.

Función identidad

La función identidad es la función de la forma $f(x) = x$. El dominio y el recorrido es el conjunto de los números reales.

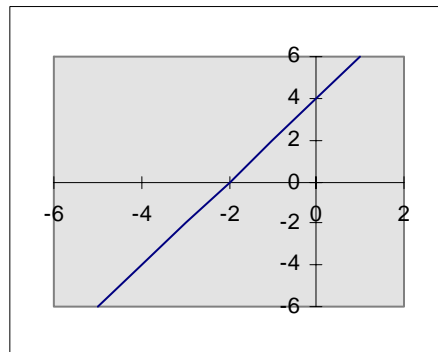


Función lineal

Una **función lineal** es una función de la forma $f(x) = mx + b$, donde m es diferente de cero, m y b son números reales. La restricción m diferente de cero implica que la gráfica no es una recta horizontal. Tampoco su gráfica es una recta vertical. El dominio y el recorrido (rango) de una función lineal es el conjunto de los números reales.

Recuerda que si la pendiente (m) es positiva la gráfica es creciente en los números reales y si la pendiente es negativa la gráfica es decreciente en los números reales. El intercepto en y es $(0,b)$.

Ejemplo:



En la función $f(x) = 2x + 4$, la pendiente es 2, por tanto la gráfica es creciente en los números reales. El dominio y el recorrido es el conjunto de los números reales. El intercepto en y es $(0,4)$.

Ejercicio: Halla la pendiente, el intercepto en y, el intercepto en x, dominio y recorrido de $f(x) = -3x + 6$. Luego dibuja la gráfica.

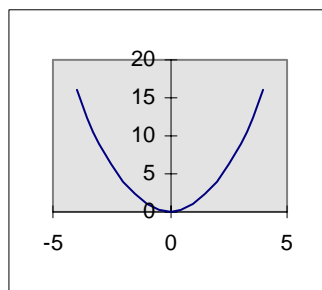
Nota: Una función de la forma $f(x) = mx$ también es una **función lineal** pero su intercepto en y es cero. Su gráfica es una recta que siempre pasa por el origen.

-
-
-

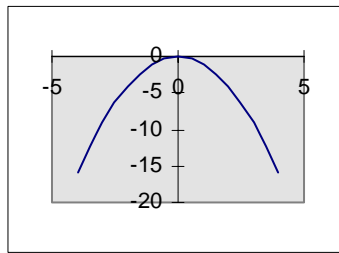
Función cuadrática

Una **función cuadrática** es una función de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, con a diferente de cero, donde a, b y c son números reales. La gráfica de una función cuadrática es una **parábola**. Si $a > 0$ entonces **la parábola abre hacia arriba** y si $a < 0$ entonces **la parábola abre hacia abajo**. El dominio de una función cuadrática es el conjunto de los números reales. El vértice de la parábola se determina por la fórmula:

$$\left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right) \right).$$



$f(x) = x^2$ es una función cuadrática cuya gráfica es una parábola que abre hacia arriba, pues $a > 0$. El vértice es $(0,0)$. El dominio es el conjunto de los números reales y el recorrido es cero y los reales positivos. La gráfica de una función que luce como la de $f(x) = x^2$ es **cóncava hacia arriba**.



$f(x) = -x^2$ es una función cuadrática cuya gráfica es una parábola que abre hacia abajo, pues $a < 0$. El vértice es $(0,0)$. El dominio es el conjunto de los números reales y el recorrido es el conjunto de los números reales negativos y el cero. La gráfica de una función que luce como $f(x) = -x^2$ es **cóncava hacia abajo**.

Nota: El **eje de simetría** es $x = h$, donde h es la abscisa del vértice de la parábola, paralelo al eje de y .

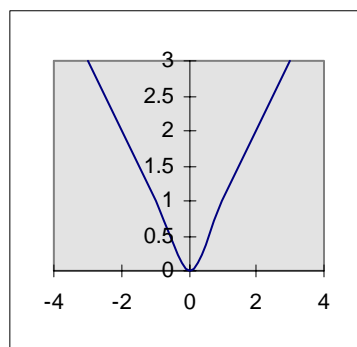
Ejemplos para discusión: Halla el vértice, interceptos en x , intercepto en y , dominio, recorrido y eje de simetría. Indica en que intervalo la función es creciente y decreciente. Dibuja la gráfica para cada una de las siguientes funciones:

- 1) $f(x) = x^2 - 2x - 3$
- 2) $g(x) = -x^2 - 2x + 3$

Ejercicio de práctica: Sea $f(x) = -x^2 + 4x - 4$. Halla el vértice, interceptos en x , intercepto en y , dominio y recorrido. Indica en que intervalo la función es creciente y decreciente. Dibuja la gráfica.

Función valor absoluto

La función $f(x) = |x|$ es la **función valor absoluto de x** . El dominio es el conjunto de los números reales y el recorrido es el cero y los números reales positivos. Su gráfica es:

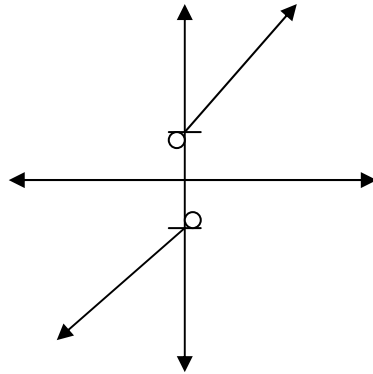


Función dominio partido

Las **funciones de dominio partido** son funciones que están formadas por diferentes ecuaciones para diferentes partes del dominio. Por ejemplo:

$$f(x) = \begin{cases} x-1 & \text{si } x < 0 \\ x+1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

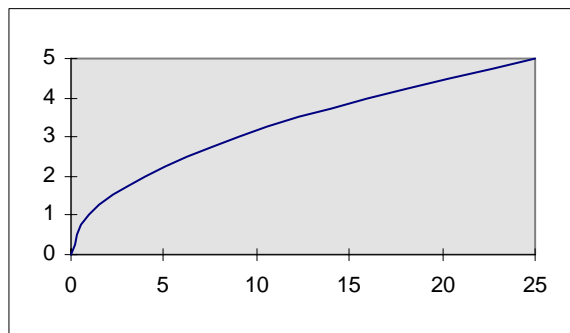
La gráfica de esta función es:



El dominio es el conjunto de los números reales excepto el cero, que expresado en forma de intervalo es $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$. El recorrido es el conjunto de los números reales excepto -1 y 1 y los números reales entre -1 y 1 , esto es, $(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$. Los puntos abiertos en $(0, -1)$ y $(0, 1)$ indica que los puntos no pertenecen a la gráfica de f . Debido a la separación de la gráfica en $x = 0$, se dice que f es **discontinua** en $x = 0$.

Función radical

La función $f(x) = \sqrt{x}$ es la función raíz cuadrada. Su gráfica es como sigue:



Su dominio es $[0, \infty)$ y el recorrido es $[0, \infty)$.